

Министерство образования и науки Донецкой Народной Республики  
Государственное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования  
«Донецкий Республиканский институт дополнительного педагогического образования»

Отдел информационных технологий

Заключительный этап республиканской олимпиады по информатике

1 апреля 2017 года

8-9 классы

1. **Японский кроссворд.** Имеется  $N$  стоящих в ряд сундуков, каждый из которых может либо содержать сокровища, либо быть пустым. Известно, что есть ровно  $M$  сундуков с сокровищами, которые стоят подряд друг за другом, а остальные пусты. Определите, сколько есть сундуков, о которых точно можно сказать, есть в них сокровища или нет.

Входные данные. В первой строке задается натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ), определяющее общее количество сундуков в ряду, а во второй строке – целое число  $M$  ( $0 \leq M \leq N$ ), определяющее количество сундуков с сокровищами.

Выходные данные. Выведите одно число – количество сундуков с заведомо известным содержимым.

Ограничение по времени: 0.1 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

<i>ввод</i>	<i>вывод</i>
10	8
9	

2. **Дележ верблюдов.** Старик, имевший трех сыновей, распорядился, чтобы они после его смерти поделили принадлежащее ему стадо верблюдов так, чтобы старший взял  $n_1$ -ую часть от всех верблюдов, средний –  $n_2$ -ую, а младший –  $n_3$ -ую часть всех верблюдов. Старик умер и оставил  $M$  верблюдов. Сыновья начали дележ, но не смогли этого сделать, потому что соответствующие доли стада не были целыми, а разрезать верблюдов на куски никому не хотелось. Тогда они обратились к мудрецу, который привел с собой несколько верблюдов. Добавив своих верблюдов к стаду, принадлежавшему братьям, мудрец отдал каждому из сыновей причитающуюся ему долю стада, которая теперь стала выражаться целым числом верблюдов. При этом оказалось, что осталось нероздано ровно столько верблюдов, сколько привел с собой мудрец. Таким образом, мудрецу удалось и исполнить последнюю волю старика, и сохранить своих собственных верблюдов. Определите, сколько у мудреца было верблюдов.

Входные данные. В первой строке задается натуральное число  $M$  ( $1 \leq M \leq 10^9$ ) определяющее размер стада верблюдов, а во второй строке – целые числа  $n_1, n_2, n_3$  ( $2 \leq n_i \leq 10^4$ ), определяющие доли, завещанные стариком своим сыновьям.

Выходные данные. Выведите одно целое число – минимальное количество верблюдов, которых должен был привести с собой мудрец так, чтобы был возможен дележ в соответствии с завещанием старика. Если такого числа не существует, выведите значение  $-1$ .

Ограничение по времени: 0.1 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

<i>ввод</i>	<i>вывод</i>
17	1
2 3 9	
9	-1
3 3 4	

Замечание. В первом примере братья пытаются поделить между собой 17 верблюдов. В соответствии с завещанными долями, старший брат должен был бы получить 8 верблюдов и еще половину верблюда, средний – 5 верблюдов и еще часть верблюда, и наконец младший – 1 верблюда и тоже какой-то кусок верблюда. Но если мудрец добавит к стаду своего одного верблюда, то их получится 18. Тогда мудрец разделит от стада половину – 9 верблюдов для старшего брата, затем треть – 6 верблюдов для среднего брата, и, наконец, девятую часть – 2 верблюда для младшего брата. После такой дележки останется тот самый один добавленный верблюд, которого мудрец заберет обратно.

3. **Наблюдение.** Агент Джеймс получил задание следить за одной подозрительной организацией. Находясь в укрытии возле здания этой организации, он в течении дня тщательно записывал, сколько людей входило в здание и выходило из него. В конце дня агент решил проанализировать полученную информацию и узнать, сколько людей могло находиться в здании подозрительной организации до того момента, когда он установил наблюдение. Помогите ему определить минимально возможное количество.

Входные данные. В первой строке задается натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ) – количество записей агента. Во второй строке задаются  $N$  целых чисел в диапазоне от  $-10$  до  $10$ , определяющие соответствующую запись. Положительное число определяет количество людей, входивших в определенный момент в здание, а отрицательное (по модулю) – выходивших из него. Все записи осуществлялись в хронологическом порядке.

Выходные данные. Выведите минимальное число людей, которое могло находиться в здании до того, как было установлено наблюдение.

Ограничение по времени: 0.1 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

ввод	вывод
4	2
2 -3 1 -2	

4. **Задача Гаусса.** Рассказывают, что однажды девятилетнему Карлу Гауссу учитель предложил найти сумму всех целых чисел от 1 до 100. Подумав, что решение этой задачи займет у Карла продолжительное время, учитель решил отлучиться. Но маленький Гаусс сообразил, каким способом можно очень быстро выполнить это сложение, и дал верный ответ учителю, когда тот уже был готов выйти из комнаты. В последствии Гаусс обнаружил, что придуманный им способ сложения подходит для суммирования любых последовательных натуральных чисел. При этом, как выяснилось, при суммировании разных последовательностей могут получаться одинаковые суммы. Так, например, сумма последовательных чисел от 8 до 10 равняется 27. Такая же сумма получится, если сложить числа от 2 до 7. Для заданного числа  $S$  найдите все возможные способы представления его в виде суммы нескольких (двух или больше) последовательных натуральных чисел.

Входные данные. В единственной строке задается одно натуральное число  $S$  ( $3 \leq S \leq 10^{13}$ ). Гарантируется, что  $S$  допускает хотя бы один искомый способ представления.

Выходные данные. Выведите в каждой строке по два числа, определяющих первое и последнее слагаемое соответствующего представления суммы  $S$ . Все способы должны быть различными. Порядок строк не имеет значения.

Ограничение по времени: 0.2 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

ввод	вывод
27	8 10 2 7 13 14

5. **Рассадка на олимпиаде.** В олимпиаде по математике участвуют обучающиеся из  $N$  различных школ. Каждый участник является либо старшеклассником, либо младшеклассником (и в зависимости от этого решает тот или иной набор заданий). Участников рассаживают в аудитории за партами, за каждой из которых может сидеть не более двух участников. Оргкомитету необходимо составить схему рассадки таким образом, чтобы минимизировать возможность списывания (за одной партой не может сидеть два старшеклассника или два младшеклассника) и помощи одного участника другому (за одной партой не должны сидеть два участника из одной школы). Помогите организаторам сделать такую схему.

Входные данные. В первой строке задается целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ). Во второй строке задаются  $N$  неотрицательных целых чисел.  $i$ -ое из этих чисел определяет количество старшеклассников  $i$ -ой школы, участвующих в олимпиаде. В третьей строке задаются  $N$  неотрицательных целых чисел, определяющих аналогичным образом количество младшеклассников из разных школ. Общее количество участников не превышает  $10^6$ .

Выходные данные. В первой строке нужно вывести целое число  $M$  – минимальное количество парт, необходимых для рассадки участников. В последующих  $M$  строках выведите по два числа. Первое число определяет номер школы, в которой обучается старшеклассник, сидящий за соответствующей партой, а второе – номер школы младшеклассника. Если за партой нет участника из соответствующего класса, следует указать значение 0.

Ограничение по времени: 0.3 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

<i>ввод</i>	<i>вывод</i>
3	5
1 1 3	1 3
1 1 2	2 3
	3 0
	3 1
	3 2

Министерство образования и науки Донецкой Народной Республики  
Государственное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования  
«Донецкий Республиканский институт дополнительного педагогического образования»

Отдел информационных технологий

Заключительный этап республиканской олимпиады по информатике

1 апреля 2017 года

10-11 классы

1. **Прогноз погоды.** Наблюдая за погодой в некоторой стране, синоптики обнаружили следующие закономерности:

- Каждый день может быть либо ясным, либо дождливым.
- Дожди не могут идти больше, чем  $K_1$  дней подряд.
- Ясная погода не может держаться дольше, чем  $K_2$  дней подряд.

Определите, сколько дождливых дней могло быть на протяжении промежутка времени состоящего из  $N$  дней.

Входные данные. В единственной строке задается три натуральных числа  $N$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  ( $1 \leq N \leq 10^9$ ,  $1 \leq K_1, K_2 \leq 100$ ).

Выходные данные. Выведите два целых числа, обозначающих соответственно минимально и максимально возможное количество дождливых дней на заданном промежутке времени.

Ограничение по времени: 0.1 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

<i>ввод</i>	<i>вывод</i>
10 2 3	2 7

2. **Турнир.** На участие в рыцарском турнире по случаю рождения наследника короля подали заявку  $N$  рыцарей. Турнир проходит в несколько раундов. В первом раунде все  $N$  рыцарей разбиваются на пары и между рыцарями, попавшими в одну пару, происходит поединок. Победитель поединка выходит в следующий раунд, а проигравший покидает турнир. Если одному из рыцарей не хватило пары, то он выходит в следующий раунд без поединка. Во втором раунде оставшиеся в турнире рыцари снова разбиваются на пары и снова между ними происходят поединки. Далее аналогичным образом проводятся третий, четвертый и т.д. раунды до тех пор, пока в турнире не останется один рыцарь, который и объявляется победителем. Учитывая уровень подготовки рыцарей, был составлен их рейтинг. Для каждого рыцаря известно его место в этом рейтинге (число от 1 до  $N$ ). Известно также, что в каждом поединке всегда побеждает более подготовленный рыцарь (тот, чье место в рейтинге выше). Таким образом, победителем турнира всегда будет рыцарь, занимающий первое место в рейтинге. Однако короля заинтересовал следующий вопрос – до какого раунда может дойти рыцарь, занимающий в рейтинге место  $k$  (при самом удачном распределении для него в каждом раунде).

Входные данные. В единственной строке заданы два целых числа  $N$  и  $k$  ( $1 \leq k \leq N \leq 10^9$ ).

Выходные данные. Выведите одно число – максимально возможный номер раунда, до которого может дойти рыцарь с  $k$ -ым рейтингом.

Ограничение по времени: 0.1 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

*Примеры входных и выходных данных*

<i>ввод</i>	<i>вывод</i>
8 6	2
13 1	4

Замечание. В первом примере одно из возможных распределение рыцарей по парам, которое обеспечит выход рыцаря с 6-ым рейтингом во второй раунд: 1-3, 2-4, 5-7, 6-8. При этом не существует таких распределений рыцарей в первом и втором раундах, которые позволили бы рыцарю с 6-ым рейтингом выйти в третий (финальный) раунд. Во втором примере весь турнир пройдет в четыре раунда. При этом, какое бы ни было распределение по парам в каждом раунде, лидер рейтинга дойдет до четвертого раунда и выиграет его, но больше раундов не будет.

3. **Индекс Хирша.** При оценке работы ученого за некоторый период времени учитывается количество его научных публикаций и количество цитирований его публикаций другими учеными. Поскольку оба показателя важны, в 2005 году Хорхе Хирш предложил использовать наукометрический показатель, который получил название *h*-индекс (или индекс Хирша). Определяется он следующим образом. Пусть для каждой научной статьи рассматриваемого ученого известно число цитирований (количество публикаций других ученых, в которых процитирована соответствующая статья или есть ссылка на нее). Тогда *h*-индекс ученого – это наибольшее число *H* такое, что найдется *H* статей этого ученого, каждая из которых имеет число цитирований не меньше *H*. Несмотря на ряд недостатков этого показателя, он часто используется в наукометрических базах и различных формах анкет и отчетов ученых. Напишите программу вычисления *h*-индекса.

Входные данные. В первой строке задается натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$ ), определяющее количество статей рассматриваемого ученого. Во второй строке записаны  $N$  целых чисел в диапазоне от 0 до  $10^6$ , определяющих количество цитирований для каждой из статей ученого.

Выходные данные. Выведите одно число – искомый *h*-индекс ученого.

Ограничение по времени: 0.2 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

Примеры входных и выходных данных

ввод	вывод
5 1 1 4 8 1	2
5 8 5 3 4 10	4

4. **Рекурсивные весы.** На день рождения Ване подарили странные весы. Их особенность заключается в том, что они рекурсивные, то есть к концу коромысла прикреплен либо груз определенной массы, либо еще одни весы (такой же структуры), либо ничего не прикреплено. Как обычно, весы отклоняются влево, если общая масса грузов, прикрепленных к левому концу коромысла (возможно посредством других весов) превышает общую массу грузов, прикрепленных к правому концу коромысла. Аналогично, если больше масса на правом конце, то весы отклоняются вправо. Если же эти массы равны, весы будут находиться в равновесии.

Ваня решил сбалансировать эти весы, используя дополнительные грузы. Каждый дополнительный груз должен прикрепляться к одному из тех концов коромысел, к которому ничего не прикреплено, либо прикреплен какой-то груз. Массы дополнительных грузов должны быть положительными вещественными числами. Весы считаются сбалансированными, если они находятся в равновесии и сбалансированы все весы, которые прикреплены к каждому из концов его коромысла. Помогите Ване выполнить уравнивание таким образом, чтобы общая масса всех грузов на весах была минимальной.

Входные данные. В первой строке задается натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ), определяющее общее количество весов (учитывая как основные, так и все прикрепленные). Каждая из последующих  $N$  строк содержит по два целых числа, определяющих, что прикреплено к левому и правому концу коромысла соответствующих весов.  $i$ -ая из этих строк определяет весы с номером  $i$ . Положительное число обозначает массу прикрепленного груза. Число 0 обозначает, что к соответствующему концу ничего не прикреплено. Отрицательное число обозначает, что к соответствующему концу прикреплены еще одни весы, их номер определяется абсолютным значением этого числа. Номер прикрепленных

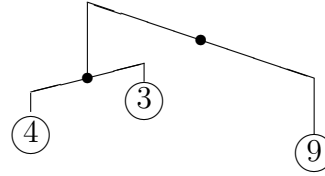
весов всегда больше номера тех весов, к которым они прикреплены. Основные веса имеют номер 1. Массы грузов не превышают  $10^9$ .

Выходные данные. В единственной строке выведите одно целое число, равное общей массе всех грузов после уравнивания весов.

Ограничение по времени: 0.5 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

Примеры входных и выходных данных

ввод	вывод
2 -2 9 4 3	18
4 -2 -3 9 -4 2 13 1 7	56



Замечание. В первом примере следует добавить дополнительный груз массы 0.5 на левую чашу весов с номером 2, и груз массы 1.5 на правую чашу тех же весов. Это обеспечит, что все весы окажутся в равновесии, а общая масса всех грузов будет равна 18.

5. **Японский кроссворд-2.** Имеется полоска, состоящая из  $N$  клеток. Каждая клетка должна быть закрашена либо черным, либо белым цветом. Шифр заполненной полоски представляется в виде набора чисел. Количество чисел в шифре показывает, сколько групп последовательных черных клеток находятся на полосе, а сами числа – количество черных клеток, которое содержит каждая из групп. При этом каждая из групп черных клеток должна быть разделена хотя бы одной белой клеткой.

Задана полоска, в которой возможно уже заполнена часть клеток, и некоторый шифр. Требуется определить, сколько существует способов заполнения оставшихся клеток в соответствии с заданным шифром. Два способа заполнения считаются различными, если какая-то клетка при одном способе закрашена черным цветом, при другом – белым.

Входные данные. В первой строке задается целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ) – размер полоски. Во второй строке записаны  $N$  чисел, определяющих цвет соответствующей клетки полоски (1 – закрашена черным цветом, 0 – закрашена белым цветом, -1 – не заполнена). В третьей строке задается целое число  $M$  ( $0 \leq M \leq 500$ ) – количество чисел в шифре полоски. Четвертая строка определяет шифр полоски –  $M$  положительных целых чисел, сумма которых не превосходит  $N$ .

Выходные данные. Выведите одно целое число – остаток от деления на  $10^9 + 7$  количества различных способов дозаполнения полоски.

Оценивание. В 20% тестов все клетки полоски уже закрашены (во второй строке входных данных не будет значений -1). В 30% тестов полоска будет незаполненной (вторая строка входных данных будет состоять целиком из -1). В остальных 50% тестов полоска будет заполнена частично.

Ограничение по времени: 0.5 сек. на тест Ограничение по памяти: 64 Мб

Примеры входных и выходных данных

ввод	вывод
4 1 0 1 1 2 1 2	1
10 -1 -1 -1 1 -1 0 -1 1 -1 -1 3 1 1 2	4